

0 Inhaltsverzeichnis

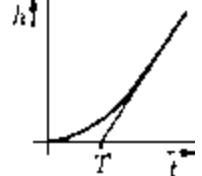
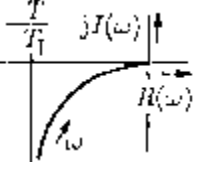
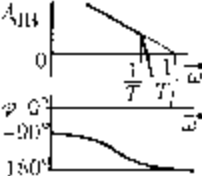
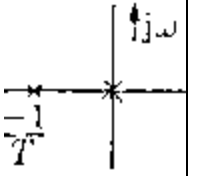
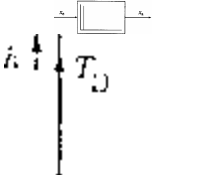
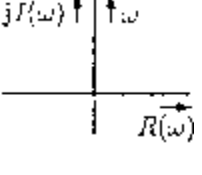
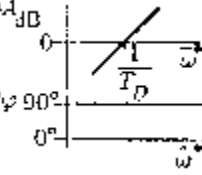
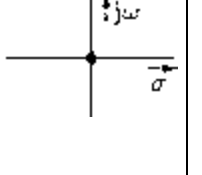
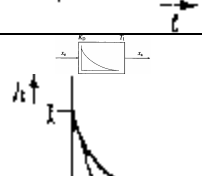
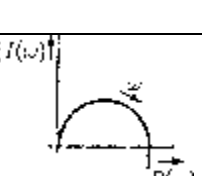
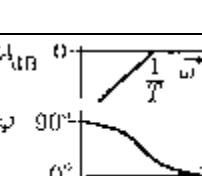
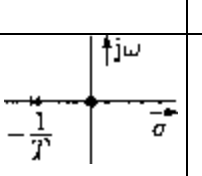
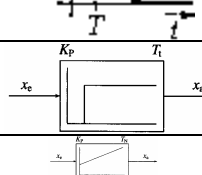
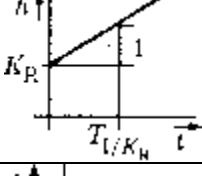

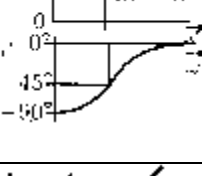
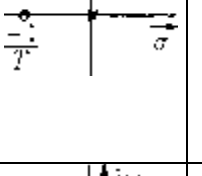
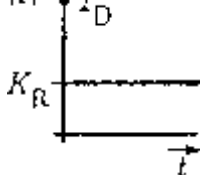
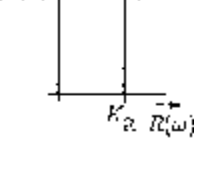
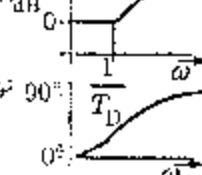
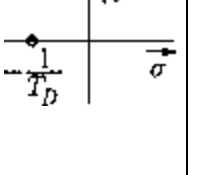
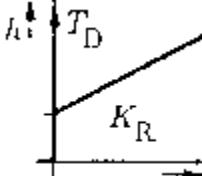

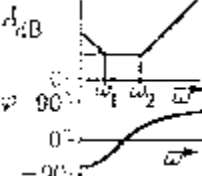
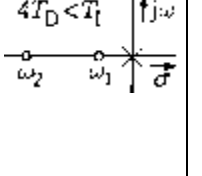
0	<i>Inhaltsverzeichnis</i>	1
1	<i>Kurzübersicht Übertragungsfunktionen</i>	2
1.1	PT1.....	6
1.2	PT2.....	6
1.3	IT1	6
1.4	DT1	6
2	<i>Einheitsregelkreis</i>	6
2.1	Bezeichnungen im Einheitsregelkreis:.....	6
2.2	Linearität	7
2.3	!! Berechnung der Führungs- und Störübertragungsfunktion !!	7
3	<i>Normalform des Übertragungsverhaltens</i>	7
4	<i>Anfangs- und Endwertsätze</i>	7
5	<i>Laplace-Tabelle für Regelungstechnik</i>	7
6	<i>Stabilität</i>	8
6.1	allgemeines Stabilitätskriterium	8
6.1.1	Berechnungsablauf	8
6.1.2	Grundlegendes Stabilitätskriterium (Definition)	8
6.2	Nyquist	8
7	<i>Reglerauslegung</i>	8
7.1	Allgemeines zur Reglerauslegung:.....	8
7.1.1	Eigenschaften, die immer erfüllt sein müssen:	8
7.2	Ziegler – Nichols.....	8
8	<i>Verschiedenes</i>	9
8.1	Dezibel – Verstärkungsumrechnung	9
8.2	Mitternachtsformel.....	9
8.3	Testfunktionen.....	9

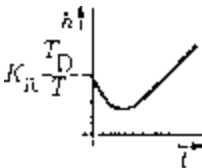
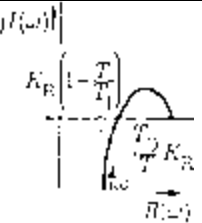
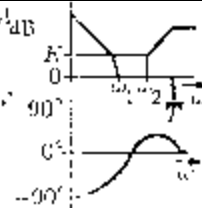
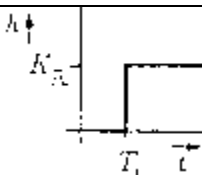
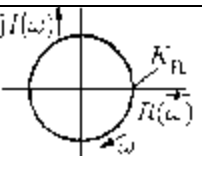
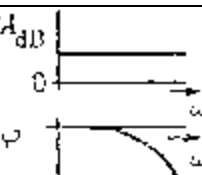
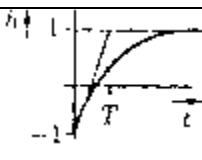
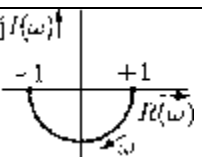
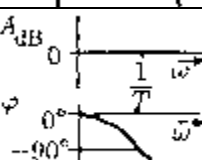
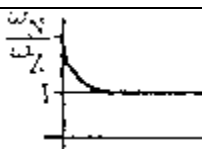
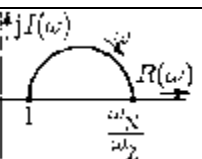
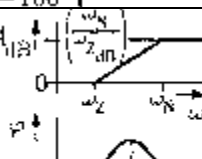
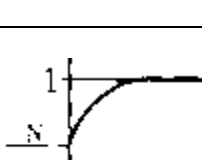
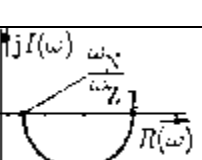
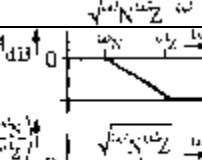
Kurzübersicht Übertragungsfunktionen

$$G(j\omega) = Y(j\omega)/U(j\omega)$$

$$G(s) = Y(s)/U(s)$$

Verhalten	Zeitbereich	Frequenzbereich	Laplacebereich	Übertragungssymbol	Ortskurve	Bodediagramm	Pole X und Nullstellen 0 in S-Ebene	s. u.	Seite
PT0 P	$y(t) = K_P \cdot u(t)$	$G(j\omega) = K_P$	$G(s) = K_P$				Keine Pol- und Nullstellen		n 4-1
PT1	$T \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K_P \cdot u(t)$ $H(t) = K_R (1 - e^{-t/T}) \cdot u(t)$	$G(j\omega) = \frac{K_P}{T \cdot j\omega + 1}$	$G(s) = \frac{K_P}{Ts + 1}$					X	n 4-8
PT2	$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 x_a}{dt^2} + \frac{2D}{\omega_0} \frac{dx_a}{dt} + x_a = K_P \cdot x_e$ $h(t) = K_R \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{\frac{t}{T_2}} \right) \cdot u(t)$		$G(s) = \frac{K_P}{T^2 s^2 + 2DTs + 1}$ $G(s) = \frac{K_R}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$ $G(s) = \frac{K_P}{\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{2D}{\omega_0} s + 1}$					X	n 4-13 a 1-28
PT2 s	$h(t) = K_R \left\{ 1 - e^{-D\omega_0 t} \left[\cos(\sqrt{1-D^2}\omega_0 t) + \frac{D}{\sqrt{1-D^2}} \sin(\sqrt{1-D^2}\omega_0 t) \right] \right\} \cdot u(t)$		$G(s) = \frac{K_P}{\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{2D}{\omega_0} s + 1}$						
IT0 I	$y(t) = K_I \int_0^t u(\tau) d\tau + y(0)$ $h(t) = \frac{t}{T_I} \cdot u(t)$	$G(j\omega) = \frac{K_I}{j\omega}$	$G(s) = \frac{1}{s T_I} = \frac{K_I}{s}$						n 4-2

IT1	$h(t) = \left[\frac{t}{T_I} + \frac{T}{T_I} \left(e^{-\frac{t}{T}} - 1 \right) \right] \cdot u(t)$		$G(s) = \frac{K_I}{s} \cdot \frac{1}{T_I s + 1}$ $G(s) = \frac{K_I}{s^2 \cdot T + 1}$ $G(s) = \frac{1}{T_I s (1 + sT)}$					X	n 4-11
DT0 D	$y(t) = K_D \cdot \frac{du(t)}{dt}$ $h(t) = T_D \cdot \delta(t)$	$G(j\omega) = K_D \cdot j\omega$	$G(s) = K_D \cdot s$ $G(s) = T_D \cdot s$						n 4-4
DT1	$T_I \frac{dx_a}{dt} + x_a = K_D \frac{dx_e}{dt}$ $h(t) = e^{-\frac{t}{T}} \cdot u(t)$		$G(s) = \frac{K_D \cdot s}{T \cdot s + 1}$ $G(s) = \frac{sT}{1 + sT}$					X	n 4-11
T _d	$y(t) = u(t - T_d)$	$G(j\omega) = e^{-T_d j\omega}$	$G(s) = e^{-T_d s}$						n 4-5
PI	$x_a = K_P [x_e + \frac{1}{T_I} \int x_e dt]$ $h(t) = K_R \left(1 + \frac{t}{T_I} \right) \cdot u(t)$		$G(s) = K_P \left[1 + \frac{1}{T_N} \cdot s \right]$ $G(s) = K_P \cdot \frac{1 + T_N s}{T_N s}$						
PD	$h(t) = K_R [u(t) + T_D \delta(t)]$		$G(s) = K_R (1 + sT_D)$						
PID	$h(t) = K_R \left(1 + \frac{t}{T_I} \right) \cdot u(t) + T_D \delta(t)$		$G(s) = K_R \frac{1 + sT_I + s^2 T_I T_D}{sT_I}$						

							$\omega_1 = -A + \sqrt{A^2 - \frac{1}{T_I T_D}}$ $\omega_2 = -A - \sqrt{A^2 - \frac{1}{T_I T_D}}$ $A = \frac{1}{2T_D}$		
PIDT ₁	$h(t) = K_R \left[1 - \frac{T}{T_I} + \left(\frac{T_D}{T} + \frac{T}{T_I} - 1 \right) e^{-\frac{t}{T}} + \frac{t}{T_I} \right] \cdot u(t)$		$G(s) = K_R \frac{1 + sT_I + s^2 T_I T_D}{sT_I(1 + sT)}$				$4T_D < T_I$ $\omega_1 = -A + \sqrt{A^2 - \frac{1}{T_I T_D}}$ $\omega_2 = -A - \sqrt{A^2 - \frac{1}{T_I T_D}}$ $A = \frac{1}{2T_D}$		
PT _t	$h(t) = K_R * u(t - T_t)$ $h(t) = 0 \text{ für } t < T_t$		$G(s) = K_R * e^{-sT_t}$						
Allpass 1. Ordn	$h(t) = \left(1 - 2e^{-\frac{t}{T}} \right) \cdot u(t)$		$G(s) = \frac{1 - sT}{1 + sT}$						
Phasen- anheb- ung LEAD	$h(t) = \left[1 + \left(\frac{\omega_N}{\omega_Z} - 1 \right) e^{-\omega_N t} \right] \cdot u(t)$ $\omega_N > \omega_Z$		$G(s) = \frac{1 + \frac{s}{\omega_Z}}{1 + \frac{s}{\omega_N}}$						
Phasen- absenk- ung LAG	$h(t) = \left[1 + \left(\frac{\omega_N}{\omega_Z} - 1 \right) e^{-\omega_N t} \right] \cdot u(t)$ $\omega_N < \omega_Z$		$G(s) = \frac{1 + \frac{s}{\omega_Z}}{1 + \frac{s}{\omega_N}}$						

Weitere Übertragungsfunktionen siehe Taschenbuch der Regelungstechnik S. 185 ff und Tabelle von v.d. List

1.1 PT1

$$\begin{aligned} T &\rightarrow 0,63 * U_{e0} = 63\% \text{ von } U_{\text{stationär}} \\ 2 * T &\rightarrow 0,86 * U_{e0} \\ 3 * T &\rightarrow 0,95 * U_{e0} \\ 4 * T &\rightarrow 0,98 * U_{e0} \\ 5 * T &\rightarrow 0,99 * U_{e0} \end{aligned}$$

1.2 PT2

$\omega_0 = 1/T$ = Eigenfrequenz des ungedämpften Systems

T = Periodendauer

D = Dämpfung:

- $D < 0 \rightarrow$ System instabil, Dauerschwinger, der immer stärker wird
- $D = 0 \rightarrow$ Dauerschwinger
- $0 < D < 1 \rightarrow$ Überschwingend, abklingen
- $D > 1 \rightarrow$ kein Überschwingen
- $D = 1 \rightarrow$ Aperiodischer Grenzfall (schnellste Näherung ohne Überschwingen)
- Guter Kompromiss: $D = 0,707 = 1/\sqrt{2}$

- Dämpfung aus maximaler Überschwingweite:
$$D \geq \frac{-\ln\left(\frac{Y_m}{Y(\infty)}\right)}{\sqrt{\left(\ln\frac{Y_m}{Y(\infty)}\right)^2 + \pi^2}}$$
 - Mit $Y_m / Y(\infty) =$ Überschwingweite in %/100 (Bsp 30% $\rightarrow 0,3$)
 - Siehe auch Seite A1-31, Prüfung WS98/99 Aufgabe 1d

Polnullstellendiagramm:

- Nullstelle bei $T = 1/\omega_0$???

1.3 IT1

Polnullstellendiagramm:

Pole bei $(0; 0)$ und $(-1/T; 0)$ (beide nur real)

1.4 DT1

Polnullstellendiagramm:

Nullstelle bei $(0; 0)$; Polstelle bei $(-1/T; 0)$

2 Einheitsregelkreis

siehe a 1 –36

2.1 Bezeichnungen im Einheitsregelkreis:

W(s)	Führungsgröße / Sollgröße
Y(s)	Istgröße / Ausgangsgröße
E(s)	Regelabweichung / Regeldifferenz (soll 0 sein)
Z(s)	Störgröße
U(s)	Ausgangsgröße des Reglers
M(s)	Eingangsgröße der Regelstrecke
X(s)	Regelgröße
$G_R(s)$	Reglerfunktion
$G_{st}(s)$	Stellfunktion

$G_S(s)$	Regelstrecke (was geregelt werden soll)
$G_{ME}(s)$	Messeinrichtung

2.2 Linearität

Voraussetzung für Linearität:

- Verstärkungsprinzip
- Überlagerungssatz

2.3 !! Berechnung der Führungs- und Störübertragungsfunktion !!

siehe a 1-37

$G_{W/Z}(s) = \frac{G_{IO}(s)}{1 + G_O(s)}$	$G_{IO}(s)$	Übertragungsfunktion des Zweiges, der zwischen Ein- und Ausgangsgröße liegt
	$G_O(s)$	Übertragungsfunktion des offenen Kreises (alle Glieder, die einmal im Kreis herum gehend auftreten)

!! Wenn Summierer nicht mit + und – sondern mit 2 + Ausgestattet ist, dann ist Nenner $1 - G_O(s)$!!

für die Führungsgröße des Standardregelkreises gilt:

$$G_{IO}(s) = G_R(s) \cdot G_{ST}(s) \cdot G_S(s) \cdot G_{ME}(s)$$

$$G_O(s) = G_R(s) \cdot G_{ST}(s) \cdot G_S(s) \cdot G_{ME}(s)$$

$$G_W = G_{IO}(s) / (1 + G_O(s))$$

für die Störübertragungsfunktion gilt:

$$G_{IO}(s) = 1$$

$$G_O(s) = G_R(s) \cdot G_{ST}(s) \cdot G_S(s) \cdot G_{ME}(s)$$

$$G_Z = G_{IO}(s) / (1 + G_O(s)) = 1 / (1 + G_O(s))$$

3 Normalform des Übertragungsverhaltens

$$G(s) = K \cdot \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + 1}{a_n s^n + \dots + a_1 s + 1} \quad \text{Faktoren ohne s müssen immer 1 sein}$$

!! Immer Normalform → Vergleichbar !!

4 Anfangs- und Endwertsätze

- $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s)$
 - Bsp: $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot e(s)$ (siehe SS98 Aufgabe 1b)

5 Laplace-Tabelle für Regelungstechnik

Zeitfunktion f(t)	Laplace – Transformierte F(s)
$\delta(t)$ Dirac- Impuls	1
$1(t)$ Einheitssprung	1/s
$a \cdot t$ Rampenfunktion	a/s ²
e^{at}	1/(s-a)
$\cos(bt)$	s/(s ² +b ²)
$\sin(bt)$	b/(s ² +b ²)
$1 - e^{at}$	-a/(s-a)
$t \cdot e^{at}$	1/(s-a) ²
$e^{at} \cos(bt)$	(s-a) / ((s-a) ² +b ²)
$e^{at} \sin(bt)$	b / ((s-a) ² +b ²)

6 Stabilität

siehe a 1-41a ff

6.1 allgemeines Stabilitätskriterium

6.1.1 Berechnungsablauf

$$G_{W/Z}(s) = \frac{G_{IO}(s)}{1 + G_O(s)} \text{ daraus Nennernullstellen } \rightarrow 1 + G_O(s) = 0$$

→ in Komplexer Ebene eintragen, sind Pole im positiven Bereich → System ist instabil

→ rechtester Pol / Nullstelle ist dominant

6.1.2 Grundlegendes Stabilitätskriterium (Definition)

siehe a 1-42

- System ist genau dann asymptotisch stabil, wenn alle Pole seiner Übertragungsfunktion, d.h. alle Nullstellen des Nenners links der imaginären Achse der komplexen s-Ebene liegen.
- System ist instabil, sobald ein oder mehrere Pole rechts der imaginären Achse liegen
- System ist genau dann grenzstabil, wenn kein Pol seiner Übertragungsfunktion rechts der imaginären Achse liegt, keine mehrfachen Pole auf der imaginären Achse liegen und auf dieser mindestens ein einfacher Pol vorhanden ist.

6.2 Nyquist

a 1-62

7 Reglerauslegung

Skript: a2- 1 ff

7.1 Allgemeines zur Reglerauslegung:

7.1.1 Eigenschaften, die immer erfüllt sein müssen:

Skript: a2-2

1. Die Regelung muss stabil sein
2. Die Regelgrößen müssen eine bestimmte stationäre Genauigkeit vorweisen, d. h. die bleibende Reglerabweichung darf im stationären Zustand einen bestimmten Wert nicht überschreiten.
3. Die Regelgröße muss genügend gedämpft sein.

7.2 Ziegler – Nichols

Siehe auch A2-34

Regelstrecke muss aus PT1 und Totzeit bestehen. Daraus erhält man:

T_u ... Verzögerungszeit der Totzeit

T_s ... Anstiegszeit des PT1

K_s ... Streckenverstärkung der Gesamtstrecke

Aus diesen Werten lässt sich nach Methode 2 aus folgender Tabelle die Werte für den P, PI oder PID - Verstärker ermitteln:

Methode	Reglertypen	Reglereinstellwerte		
		K_R	$T_I = T_N$	T_D
II	P	$(1 \cdot T_g) / (K_s \cdot T_u)$	-	-
	PI	$(0,9 \cdot T_g) / (K_s \cdot T_u)$	$3,33 T_u$	-
	PID	$(1,2 \cdot T_g) / (K_s \cdot T_u)$	$2 T_u$	$0,5 T_u$

8 Verschiedenes

8.1 Dezibel – Verstärkungsumrechnung

$$A = 20 \log(U_2/U_1) \text{ dB}$$

$$U_2/U_1 = 10^{A[\text{dB}]/20}$$

Verhältnis der Spannungsbeträge / Verstärkung	Wert in Dezibel (dB)
$U_2/U_1 = 1$	0 dB
$U_2/U_1 = 10$	20 dB
$U_2/U_1 = 100$	40 dB
$U_2/U_1 = 0,1$	- 20 dB
$U_2/U_1 = 0,01$	- 40 dB

8.2 Mitternachtsformel

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

8.3 Testfunktionen

- Sprung
- Rampe
- Puls